Chapitre n° 3

Niveau scolaire : 1**BACSEF** | Physique et Chimie | Etablissement : Lycée LALLA SALMA

Année scolaire : 2022-2023

Énergie cinétique et Travail mécanique

Partie 1 : Travail mécanique - énergie

Immédiatement après son décollage, la navette spatiale reçoit une énergie cinétique croissante. Cette énergie dépend aussi de la masse de la navette.

- **Qu'est-ce que l'énergie cinétique d'un corps solide ?**
- **Quelle relation a-t-elle avec le travail des forces exercées sur le mobile ?**

I. Notion d'énergie cinétique :

Un système en mouvement possède de l'énergie. L'énergie due à la vitesse est appelée : énergie cinétique E_c. L'énergie cinétique dépend de la vitesse et de la masse du solide.

1. L'énergie cinétique d'un solide en mouvement de translation :

Pour un solide animé d'un mouvement de translation, tous les points du solide ont à chaque instant la même vitesse que le centre d'inertie G :

L'énergie cinétique E_C d'un solide en mouvement de translation est donnée par la relation :

$$\underbrace{}_{(J)}\boxed{E_c = \frac{1}{2}\, \underbrace{m}_{(kg)}.\overbrace{V^2}^{(m.s^{-1})}}$$

V : vitesse de solide ; m : masse de solide

Remarque :

Étant donné que la vitesse d'un objet dépend du référentiel choisi, c'est aussi le cas de l'énergie cinétique.

Application 1 :

1) **Calculer l'énergie cinétique :**
   ☞ **d'une voiture de masse 1,0 tonnes roulant à 90 km/h**
   ☞ **d'un camion de masse 30tonnes roulant à 90 km/h**
2) **Calculer la vitesse d'une voiture de masse 1 tonnes ayant la même énergie cinétique que le camion roulant à 90 km/h. Quels commentaires, concernant la sécurité routière, inspirent ces résultats ?**

Correction :

1) **On calcule l'énergie cinétique de la voiture :**

$$E_{C(voiture)} = \frac{1}{2}.mV^2 = \frac{1}{2}.10^3 \times (25)^2 = 312,5\ kJ$$

$$d'\text{où} :\quad 1km/h = \frac{1}{3,6} m/s$$

On calcule l'énergie cinétique de la voiture :

$$E_{C(camion)} = \frac{1}{2}.mV^2 = \frac{1}{2} \times 30.10^3 \times (25)^2 = 9375\ kJ$$

2) **On calcule la vitesse d'une voiture de masse 1 t ayant la même Ec que le camion roulant à 90km/h.**

$$Sachant\ que :\quad E_{C(camion)} = 9375kJ = E_{C(voiture)} = \frac{1}{2}.mV^2$$

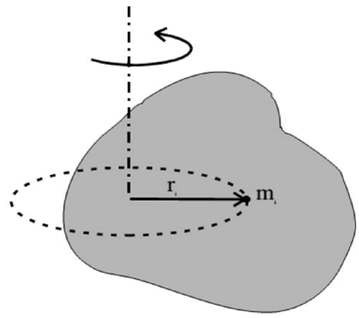
$$d'\text{où} :\quad 2.E_C = mV^2 \quad d'\text{où} :\quad V = \sqrt{\frac{2.E_C}{m}}$$

$$(A.N) :\quad V = \sqrt{\frac{2 \times 9375.10^3}{1.10^3}} = 136,93 m/s$$

$$d'\text{où} :\quad V = 136,93 \times 3,6\ km/h = 492,95\ km/h$$

D'après ces résultats, on peut s'inspirer que la vitesse d'automobile en mouvement a un impact très important en termes de sécurité routière. Cela est lié aux conséquences des processus de transformation de cette énergie cinétique.

2. L'énergie cinétique d'un solide en mouvement de rotation :



Un corps rigide quelconque tourne autour d'un axe de rotation dont la position et l'orientation restent fixes. Le corps est constitué de particules ponctuelles de masse m_i situées à une distance r_i de l'axe de rotation.

L'énergie cinétique d'une de ces particules est :

$$E_{Ci} = \tfrac{1}{2}.m_i.v_i^2$$

avec $v_i = r_i.\omega$; ω la vitesse angulaire $\quad d'\text{où} :\quad E_{Ci} = \tfrac{1}{2}.m_i.r_i^2.\omega^2$

L'énergie cinétique totale de rotation est :

$$E_C = \sum E_{C_i} = \sum \frac{1}{2}.m_i.r_i^2.\omega^2 = \frac{1}{2}.\omega^2.\sum m_i.r_i^2$$

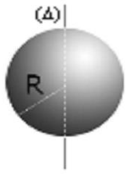
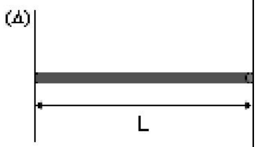
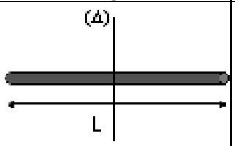
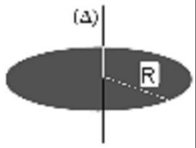
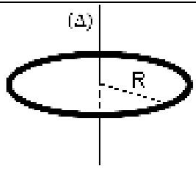
L'énergie cinétique d'un solide en mouvement de rotation peut s'écrire sous la forme :

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2}.J_\Delta.\omega^2} \qquad (J) \quad \omega : rad/s \quad J_\Delta : kg\cdot m^2$$

avec : $J_\Delta = \sum m_i.r_i^2$

La grandeur J_Δ est appelée le moment d'inertie du corps par rapport à l'axe de rotation (Δ). Il dépend de sa masse et la répartition de cette masse autour de l'axe de rotation.

Moments d'inertie de quelques solides usuels :

Sphère	Tige	Tige	Cylindre	Disque	Anneau
					
$J_\Delta = \frac{2}{5}MR^2$	$J_\Delta = \frac{1}{3}ML^2$	$J_\Delta = \frac{1}{12}ML^2$	$J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$	$J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$	$J_\Delta = MR^2$

Application 2 :

Une roue assimilée comme un cylindre de 18 kg et de 40 cm de diamètre tourne à la fréquence de rotation de 1500 tr/min.

1) **Calculer la vitesse linéaire d'un point de sa circonférence.**
2) **Déterminer son moment d'inertie et son énergie cinétique.**

Correction :

1) **On calcule la vitesse linéaire d'un point de sa circonférence :**

$$On\ sait\ que : \quad V = R.\omega \quad d'où : \begin{cases} R = \frac{d}{2} = \frac{40cm}{2} = 20cm \\ \omega = \frac{1500\ tr}{min} = \frac{1500 \times 2\pi}{60} = 157,07\ rad/s \end{cases}$$

$$alors : \quad V = 20.10^{-2} \times 157,07 = 31,42\ m/s$$

2) **On calcule le moment d'inertie :**

$$J_\Delta = \frac{1}{2}.mR^2 = \frac{1}{2} \times 18 \times (20.10^{-2})^2 = 0,36\ kg.m^2$$

On calcule l'énergie cinétique du disque : $On\ a : \quad E_C = \frac{1}{2}.J_\Delta\omega^2$

$$donc : \quad E_C = \frac{1}{2} \times 0,36 \times (157,07)^2 = 4,44.10^3\ J$$

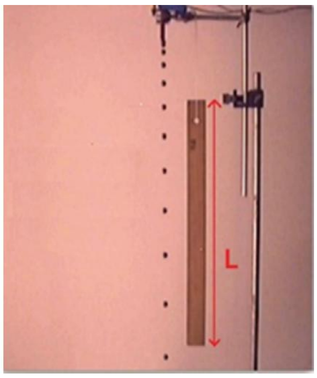
II. Théorème de l'énergie cinétique :

1. Cas d'un corps solide en chute libre :

☞ **Quand est ce qu'on dit un corps est en mouvement de chute libre ;**

a. **Définition : Un corps solide est en mouvement de chute libre s'il n'est soumis qu'à son poids au cours du mouvement.**

b. **Activité : A une distance h de la surface du sol, on lâche sans vitesse initiale, une balle de golf de masse $m = 29,6\ g$. On prend $g = 9,81\ N/kg$;**
Avec une webcam, on photographie son mouvement au cours de sa chute pendant des intervalles de temps successifs et égaux.
En utilisant un logiciel d'acquisition, on détermine la position de la balle.



c. **Exploitation : Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau suivant :**

La position	H_1	H_2	H_3	H_4	H_5	H_6	H_7
$h\ (en\ m)$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$V\ (en\ m/s)$	1,4	1,98	2,42	2,8	3,13	3,43	3,7
$E_C\ (en\ J)$	0,029	0,058	0,087	0,116	0,145	0,174	0,203

1) Faire le bilan des forces exercées sur la balle et calculer la somme de leurs travaux entre les positions H_1 et H_6.
2) Calculer la valeur de l'énergie cinétique à la position H_1 et H_6.
   En déduire ΔE_c la variation de l'énergie cinétique de la balle entre ces deux positions.
3) Comparer $\Sigma W(\vec{F})$ et ΔE_c dans ce cas et refaire la même chose pour le cas suivant : H_2 et H_6.
   Conclure.

Correction :

1) Le bilan des forces exercées sur la balle : Le poids de la balle : $\vec{P}$ (la chute libre)
   On calcule la somme de leurs travaux entre les positions H_1 et H_6.

$$W_{H_1\to H_6}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{H_1H_6} = \pm mgh$$

   Puisque la balle descend, alors le travail du poids est moteur ;

$$W_{H_1\to H_6}(\vec{P}) = mg\Delta h \quad avec : \quad \Delta h = h_6 - h_1 = (0,6 - 0,1) = 0,5\,m$$

$$(A.N.) : \quad W_{H_1\to H_6}(\vec{P}) = 29,6.10^{-3} \times 9,8\ 1\times 0,5 = 0,145\,J$$

$$Alors : \quad \Sigma W(\vec{F}) = W(\vec{P}) = 0,145\,J$$

2) On calcule la valeur de l'énergie cinétique à la position H_1 et H_6.

$$On\ a : \begin{cases} E_{cH1} = \dfrac{1}{2}.mv^2 = \dfrac{1}{2}.29,6.10^{-3} \times (1,4)^2 = 0,029\,J \\ E_{cH6} = \dfrac{1}{2}.mv^2 = \dfrac{1}{2}.29,6.10^{-3} \times (3,43)^2 = 0,174\,J \end{cases}$$

3) On déduit ΔE_c la variation de l'énergie cinétique de la balle entre ces deux positions :

$$\Delta E_c = E_c(H_6) - E_c(H_1) = 0,174 - 0,029 = 0,145\,J$$

4) On compare $\Sigma W(\vec{F})$ et ΔE_c : On trouve que les deux valeurs de $\Sigma W(\vec{F})$ et ΔE_c sont les mêmes.

Conclusion : La variation de l'énergie cinétique ΔE_C de la balle entre deux instant t_1 et t_2 au cours de sa chute est égale au travail de la force $\vec{P}$ exercée sur lui entre ces deux instants.

2. Enoncé :

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique ΔE_c d'un solide (en translation ou de rotation) d'un point A à un point B est égale à la somme des travaux des forces qui lui sont appliquées.

$$\Delta E_C = E_c(B) - E_c(A) = \sum W_{A\to B}(\vec{F})$$

La variation d'énergie cinétique (final – initial) = la somme du travail de toutes les forces extérieures

Remarque: C'est le travail des forces extérieures appliquées qui fait varier l'énergie cinétique du solide :
On dit que le travail mécanique est un mode de transfert de l'énergie.

- Si le travail des forces appliquées est moteur ($\sum W_{A\to B}(\vec{F}) > 0$), l'énergie cinétique du solide augmente donc sa vitesse augmente.
- Si le travail des forces appliquées est résistant ($\sum W_{A\to B}(\vec{F}) < 0$), l'énergie cinétique du solide diminue donc sa vitesse diminue.

3. Application du théorème de l'énergie cinétique :

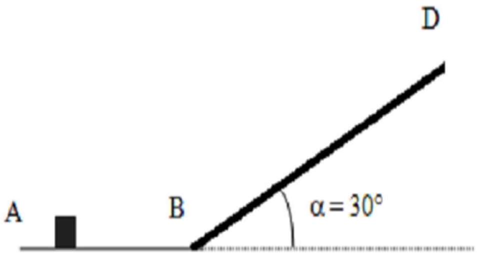
Lors de l'application du Théorème de l'énergie cinétique (TEC), il faut suivre les étapes suivantes :
- Déterminer le référentiel (repère galiléen).
- Déterminer l'état initial et l'état final de déplacement.
- Déterminer le système étudié.
- Faire le bilan des forces appliquées au système étudié lors de déplacement.
- Calculer le travail de chaque force lors de déplacement.
- Appliquer le théorème de l'énergie cinétique considérant le cas du mouvement de système étudié (translation ou rotation).

4. Cas d'un corps solide en mouvement de translation sur un plan incliné :

Application 3 :

Un autoporteur de masse m = 600g est lancé depuis un point A avec une vitesse initiale $V_A = 7\ m.s^{-1}$ sur un plan AB horizontal de longueur AB = 3 m sur lequel il glisse sans frottement, puis aborde un plan incliné BD , de longueur BD = 4 m, sur lequel les frottements seront supposés négligeables.
L'autoporteur pourra être considéré comme un solide ponctuel. On prendra g = 10 N/Kg.

1) Exprimer, puis calculer l'énergie cinétique de l'autoporteur en A.
2) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre A et B, trouver l'énergie cinétique de l'autoporteur en B. et déduire la vitesse V_B.
3) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre B et D, trouver l'énergie cinétique de l'autoporteur en D. et déduire la vitesse V_D.



Correction :

1) L'expression de l'énergie cinétique de l'autoporteur en A :

$$E_C(A) = \frac{1}{2}.mV_A^2 = \frac{1}{2}\times 600.10^{-3}\times(7)^2 = 14,7\,J$$

2) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

Le bilan des forces appliquées au système étudié lors de déplacement :

- Le poids de l'autoporteur : $\vec{P}$
- La réaction du plan de contact : $\vec{R}$ (elle est perpendiculaire au plan de contact car le déplacement se fait sans frottement)

On calcule la somme de leurs travaux entre les positions A et B.

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = 0\,J \quad car \quad \vec{P}\ est\ perpendiculaire\ au\ \overrightarrow{AB}$$
$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R}.\overrightarrow{AB} = 0\,J \quad car \quad \vec{R}\ est\ perpendiculaire\ au\ \overrightarrow{AB}$$
$$Alors: \quad \Sigma W(\vec{F}) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = 0\,J$$

On applique le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = E_c(B) - E_c(A) = \sum W_{A\to B}(\vec{F}) \quad d'où: \quad E_c(B) - E_c(A) = 0$$

$alors\ que: \quad E_c(B) = E_c(A) = 14,7\,J$ Donc, on peut déduire que : V_B=7m/s

3) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre B et D :

Le bilan des forces appliquées au système étudié lors de déplacement :

- Le poids de l'autoporteur : $\vec{P}$
- La réaction du plan de contact : $\vec{R}$

On calcule la somme de leurs travaux entre les positions B et D.

$$W_{B\to D}(\vec{R}) = \vec{R}.\overrightarrow{BD} = 0\,J \quad car \quad \vec{R}\ est\ perpendiculaire\ au\ \overrightarrow{BD}$$
$$W_{B\to D}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{BD} = \pm mgh$$

Puisque l'autoporteur monte, alors le travail du poids est résistant ;

$$W_{B\to D}(\vec{P}) = -mgh = -mg.BD.\sin\alpha$$
$$(A.N.): \quad W_{B\to D}(\vec{P}) = -600.10^{-3}\times 10\times 4\times\sin 30° = -12\,J$$
$$Alors: \quad \Sigma W(\vec{F}) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = -12\,J$$

On applique le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = E_c(D) - E_c(B) = \sum W_{B\to D}(\vec{F}) \quad d'où: \quad E_c(D) - E_c(B) = -12\,J$$

$$d'où: \quad E_c(D) = E_c(B) - 12 = 14,7 - 12 = 2,7\,J \quad donc: \quad E_c(D) = 2,7\,J$$

$$puisque: \quad E_C = \frac{1}{2}.mV_D^2 \quad alors\ que: \quad V_D = \sqrt{\frac{2.E_C(D)}{m}} = \sqrt{\frac{2\times 2,7}{600.10^{-3}}} = 3m/s$$

Donc, on peut déduire que : V_D=3m/s

5. Cas d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe :

L'expérience montre que le théorème d'énergie cinétique qui est établit pour le mouvement de translation est aussi vérifié par le mouvement de rotation autour d'un axe fixe, il s'exprime dans ce cas par la relation suivante :

$$\frac{1}{2}.J_\Delta\omega_2^2 - \frac{1}{2}.J_\Delta\omega_1^2 = \sum W(\overrightarrow{F_{ext}})$$

Avec : ω_1 la vitesse angulaire du solide à l'instant t_1 et ω_2 la vitesse angulaire du solide à l'instant t_2.

J_Δ le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation Δ.